



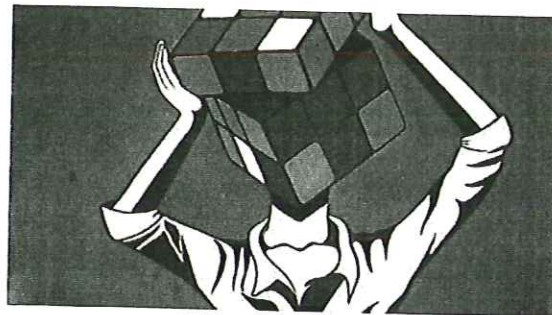
# MEDIDAS DE LONGITUD, SUPERFICIE y VOLUMEN

1. ¿Qué es un polígono?
2. ¿Qué son medidas de longitud, superficie y volumen?
3. ¿Cómo cambiar las unidades de medida?
4. ¿Cómo hallar el perímetro?
5. ¿Cómo hallar el área?

**CUADRADO, RECTÁNGULO, PARALELOGRAMO, TRIÁNGULO ROMBO, TRAPECIO, POLÍGONOS REGULARES, POLÍGONOS IRREGULARES Y CIRCUNFERENCIA**

6. ¿Cómo hallar el volumen?

**CILINDRO, PRISMA, PIRÁMIDE Y ESFERA**



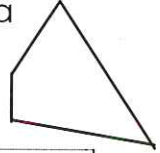




### 1. ¿Qué es un polígono?

Llamaremos **polígono** a la porción de plano limitada por una línea poligonal cerrada.

Los polígonos pueden clasificarse atendiendo a su número de lados:



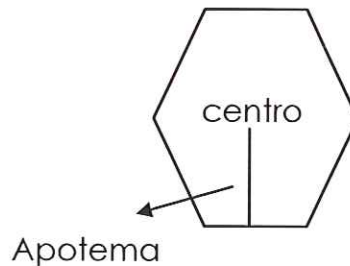
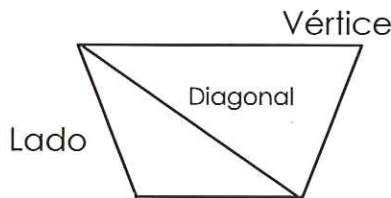
Triángulos ⇒	3 lados	Hexágonos ⇒	6 lados
Cuadriláteros ⇒	4 lados	Decágonos ⇒	10 lados
Pentágonos ⇒	5 lados	Dodecágono ⇒	12 lados

Los **elementos de un polígono** son:

- **Lado:** cada una de las líneas que definen al polígono.
- **Vértice:** es el punto común de dos lados, donde se forman los ángulos.
- **Diagonal:** es el segmento de recta que une dos vértices.

En los **polígonos regulares** (con los lados iguales) tenemos además:

- **Centro:** es el punto interior del polígono que está a la misma distancia de todos los vértices.
- **Apotema:** Segmento de recta perpendicular al lado y que pasa por el **centro**. Es como si fuese el radio de un polígono. Siempre va hacia el centro del lado y nunca hacia la esquina.



### TRIÁNGULOS:

El triángulo es un polígono de tres lados. Se puede clasificar según sus lados:

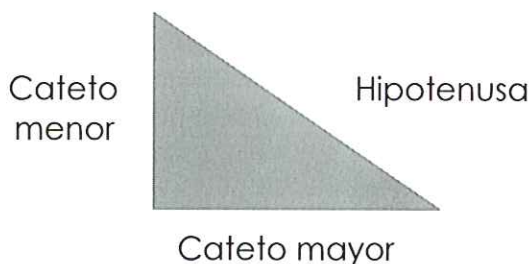
- **Equilátero** ⇒ tiene los 3 lados y ángulos iguales.
- **Isósceles** ⇒ tiene 2 lados y ángulos iguales y 1 desigual.
- **Escaleno** ⇒ los 3 lados y ángulos son desiguales





### EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO: TEOREMA DE PITÁGORAS

Un **triángulo rectángulo** está formado por tres lados, de los cuales uno es más largo que los otros 2. Uno de los ángulos mide  $90^\circ$ , o lo que es lo mismo, es recto. El lado opuesto al ángulo recto se llama **hipotenusa**, los otros dos lados son los **catetos**.



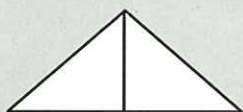
En los triángulos rectángulos siempre podemos aplicar la siguiente fórmula conocida como el Teorema de Pitágoras:

$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{Cateto Mayor}^2 + \text{cateto menor}^2$$
$$h^2 = C_M^2 + C_m^2$$



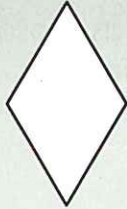
1. En un triángulo rectángulo conocemos la hipotenusa que es 5 y uno de los catetos que es 4 cm. ¿Cuánto vale el otro cateto?

2. En un triángulo isósceles, los lados iguales miden 10 cm y el tercer lado mide 12. Determina la altura del triángulo.





3. Las diagonales de un rombo miden 12 cm y 16 cm respectivamente ¿Cuánto mide su lado?



### CUADRILÁTEROS

Son los polígonos determinados por cuatro lados. Pueden ser:

#### PARALELOGRAMOS:

- Tienen los lados paralelos.
- Sus lados opuestos son iguales.
- Sus ángulos opuestos son iguales.
- Las diagonales se cortan en el punto medio.

##### Cuadrado:



- Los cuatro lados son iguales.
- Sus ángulos son de  $90^\circ$ .
- Las diagonales son iguales y perpendiculares.

##### Rectángulo:



- Los lados son iguales dos a dos.
- Sus ángulos miden  $90^\circ$ .
- Las diagonales son iguales.

##### Rombo:



- Los cuatro lados iguales y los ángulos iguales dos a dos.
- Diagonales perpendiculares.
- Cada diagonal es una bisectriz del ángulo que toca.

##### Romboide:



- Sus ángulos y sus lados son iguales dos a dos.

#### TRAPECIO:

- Tienen dos lados paralelos y dos lados más que no son paralelos.
- La base es una de las partes paralelas.
- La altura es la distancia entre ellas.





### 2. ¿Qué son medidas de longitud, superficie y volumen?

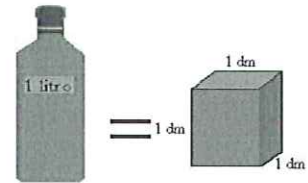
Cuando tenemos que medir lo largas o cortas que son las cosas, utilizamos las medidas de **longitud** (**mm, cm, dm, m, Dam, Hm, Km...**). Son medidas de una sola dimensión (largo) y se expresan elevadas a 1, aunque el exponente no se suele poner:  $cm = cm^1$

Para medir **superficies (áreas)** utilizamos estas mismas medidas de longitud, pero como ahora medimos dos dimensiones (largo x ancho) se expresan elevadas al cuadrado: **mm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, dm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>, Dam<sup>2</sup>, Hm<sup>2</sup>, Km<sup>2</sup>...** Para poder medir superficies aprenderemos a hallar las áreas.

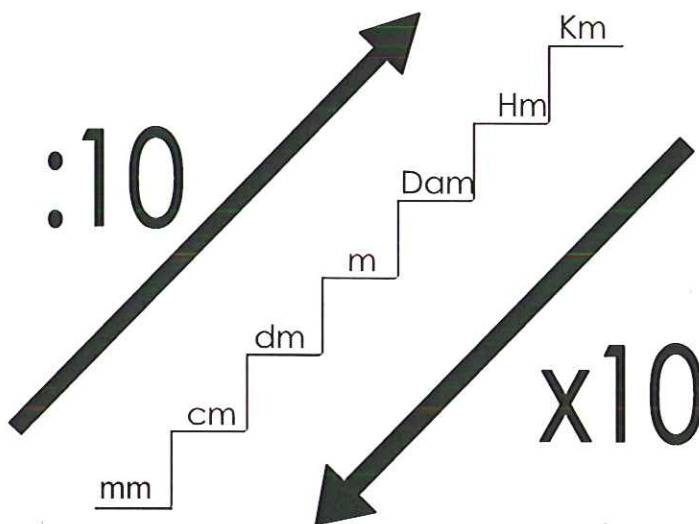
En cuanto a las unidades de **volumen** gastamos las mismas medidas pero teniendo en cuenta que aquí se miden tres dimensiones (largo x ancho x alto), por lo que se expresarán elevadas al cubo: **mm<sup>3</sup>, cm<sup>3</sup>, dm<sup>3</sup>, m<sup>3</sup>...**

Para controlar el tema de **capacidades** es importante saber que: **1 dm<sup>3</sup> = 1 litro**

Esta información junto con reglas de tres, nos ayudará a calcular las capacidades de las figuras.



### 3. ¿Cómo cambiar las unidades de medida?



**ABREVIATURAS**

Km = kilómetros  
Hm = Hectómetros  
Dam = Decámetros  
m = metros  
dm = decímetros  
cm = centímetros  
mm = milímetros

Cada vez que bajamos un escalón multiplicamos por 10 y cada vez que subimos un escalón, dividimos por 10. Para pasar de Km a m, bajo 3 escalones, por lo que multiplico por 1000 (o añado tres ceros), así 1km son 1000m.



### 4. ¿Cómo hallar el perímetro?

El **perímetro** es la suma de los lados de cualquier polígono o figura. Para hallar el perímetro de cualquier polígono sólo hay que sumar todos sus lados.

Aunque para hallar el perímetro de la circunferencia debemos hacer algo diferente. Si nos imaginamos una rueda dando una vuelta completa, estamos viendo que la longitud de dicha vuelta es el perímetro de la circunferencia de la rueda, es decir; **el perímetro de la circunferencia es su longitud**.



Cualquier rueda, al dar una vuelta completa recorre un camino de una determinada longitud. Si dividimos dicha longitud por el diámetro de la rueda, siempre obtendremos un valor que será el mismo para todas las ruedas, independientemente del diámetro.

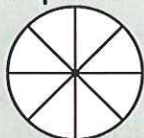
Esta **relación** entre la **longitud de la circunferencia** y su **diámetro** (dos veces el radio) se conoce con un número, el número  **$\pi$  (pi)**. Este número es **3,14**.

$$\text{Longitud de la circunferencia} = \pi \cdot 2 \cdot r = \pi \cdot D$$



4.- Calcula:

a) Una rueda de radio 20 cm, ¿qué longitud recorre cuando efectúa una vuelta completa?



b) ¿Cuántas vueltas debe dar la rueda anterior para recorrer 1000 metros?



05.- El nuevo satélite enviado por la NASA orbita la Tierra a 540 Km de altura. Para resolver esta actividad, antes debes saber que el radio de la tierra es de 6368 Km.

a) ¿Qué distancia recorre en cada vuelta?

b) ¿Qué distancia más recorrería si orbitase a 1 Km más alejado?

## 5. ¿Cómo hallar el área?



El área es la superficie de las cosas. Puede ocurrir que dos figuras tengan el misma área, aunque las superficies sean diferentes. Observa las figuras:

Dos superficies son **equivalentes** si tienen el mismo área aunque tengan distinta forma.



### RECUERDA QUE...

El **área** siempre va expresada en la unidad que sea pero al cuadrado, por lo que cuando hagamos un problema de áreas, el resultado SIEMPRE será al **cuadrado**.

### ÁREA DEL CUADRADO

Podemos obtener el área de un cuadrado multiplicando su base por su altura. Como son iguales, bastará con elevar el lado al cuadrado:



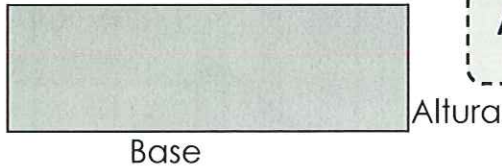
$$\text{Área del Cuadrado} = \text{lado} \cdot \text{lado} = l^2$$





**ÁREA DEL RECTÁNGULO**

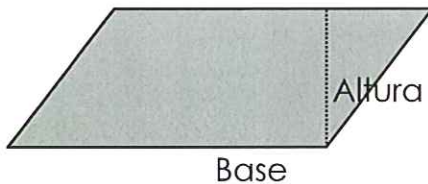
Podemos obtener el área de cualquier rectángulo multiplicando la base por la **altura** (para la que se suele utilizar el símbolo de **h**).



Área del rectángulo = Base · Altura =  $b \cdot h$

**ÁREA DEL PARALELOGRAMO**

Podemos obtener el área de cualquier paralelogramo multiplicando su base por su altura.



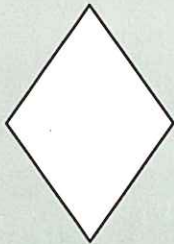
Área del paralelogramo =  $b \cdot h$

6.- *Calcula:*

a) El área de un rectángulo de base 5 cm y de altura 10 cm.

b) Si un paralelogramo tiene un área de  $24 \text{ cm}^2$  y su base es de 3 cm, determina la altura del mismo.

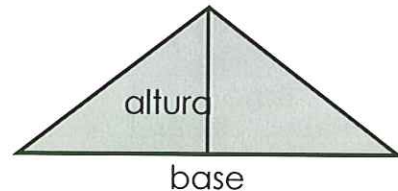
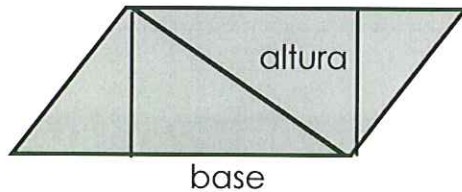
7.- *A partir de estrategias como las utilizadas hasta ahora justifica cómo podrías calcular el área de un rombo. Si la diagonal mayor mide 8 cm y el lado mide 5 cm, calcula el área del rombo.*





### ÁREA DEL TRIÁNGULO

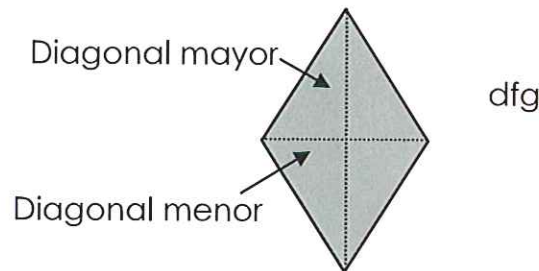
Observa la figura y verás que es un paralelogramo. También observa cómo está dividido en dos partes y cómo cada una de ellas forma un triángulo. Entonces el área de cada triángulo será la mitad del área del paralelogramo. Así la fórmula para calcular su área será:



$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{b \cdot h}{2}$$

### ÁREA DEL ROMBO

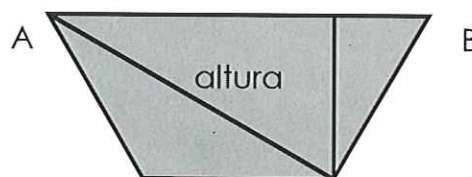
El área del rombo es muy parecida a la del triángulo:



$$\text{Área del rombo} = \frac{\text{Diagonal Mayor} \cdot \text{diagonal menor}}{2} = \frac{D \cdot d}{2}$$

### ÁREA DEL TRAPEZIO

Si observamos un trapecio, vemos que trazando una línea diagonal obtenemos dos triángulos. Para obtener el área del **trapecio**, solo tenemos que **sumar las áreas de los dos triángulos**.

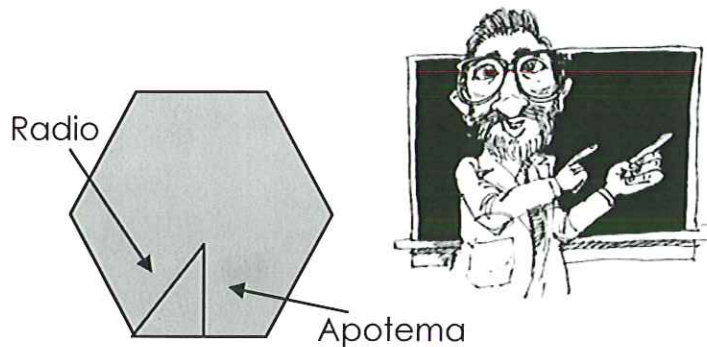


$$\text{Área del trapecio} = \text{Área Triángulo A} + \text{Área Triángulo B}$$



### ÁREA DEL POLÍGONO REGULAR

En cualquier polígono regular se puede calcular su área calculando cada uno de los triángulos isósceles y sumando las áreas de todos... pero también existe otra forma de hacerlo más práctica:



#### RECUERDA QUE...

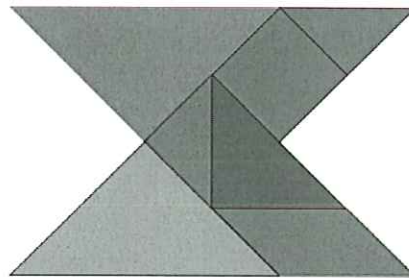
En un hexágono regular hay una propiedad que dice que el **radio del hexágono** mide lo mismo que el **lado**

$$\text{Área del polígono regular} = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$$

Recuerda que el **perímetro es la longitud de todos los lados de la figura.**

### POLÍGONOS IRREGULARES

Se puede calcular el área de cualquier polígono cubriendo su superficie mediante figuras geométricas que nos sean más fáciles de calcular. Calculamos el área de cada una de ellas y las sumamos para obtener el área total.



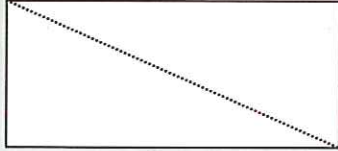
Para calcular el área de esta figura deberemos hallar:

- El área de un triángulo  $\Rightarrow A_{\text{triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2}$
- El área de un paralelogramo  $\Rightarrow A_{\text{paralelogramo}} = b \cdot h$
- El área de un trapecio  $\Rightarrow$  (calculamos el área de los 2 triángulos y sumamos sus áreas)  $A_{\text{trapecio}} = A_{\text{triángulo A}} + A_{\text{triángulo B}}$
- Por último sumamos el resultado de las tres áreas y obtenemos el área total de la figura.

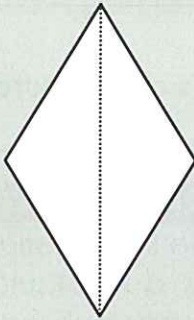
$$A_{\text{polígono irregular}} = A_{\text{triángulo}} + A_{\text{paralelogramo}} + A_{\text{trapecio}}$$



8.- Halla el área de un rectángulo cuya diagonal mide 10 cm y uno de sus lados 6 cm.



9.- El lado de un rombo mide 10 cm y su diagonal mayor 12 cm. Halla su área.



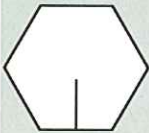
10.- Utilizando la fórmula del área del trapecio, determina la base mayor de un trapecio de altura 4 cm y de superficie  $14\text{cm}^2$ , sabiendo que la base menor es de 2.



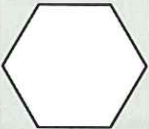
11.- Calcula el área de un trapezio de 10cm de altura y cuyas bases miden 200 mm y 160 mm. Expresa la medida en centímetros cuadrados.

12.- Determina el área de un pentágono regular cuyo lado es de 5 cm y cuya apotema vale 4 cm.

13.- Halla la apotema de un hexágono regular de 20 cm de lado.

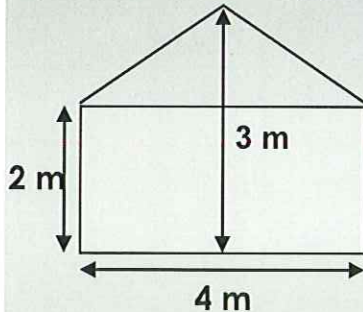


14. Calcula el perímetro y el área de un hexágono regular de 8 cm de lado.

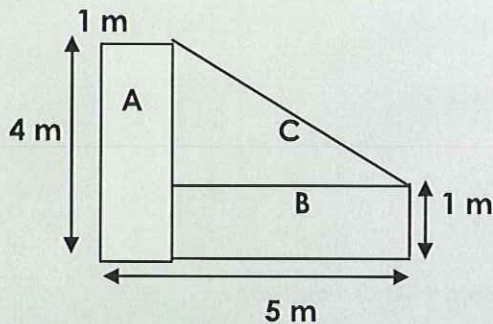




15.- Calcula la superficie de cristal necesaria para cubrir una ventana con la forma y dimensiones que representa la figura:



16.- a) Calcula el área del dormitorio cuya forma y dimensiones representa la figura:



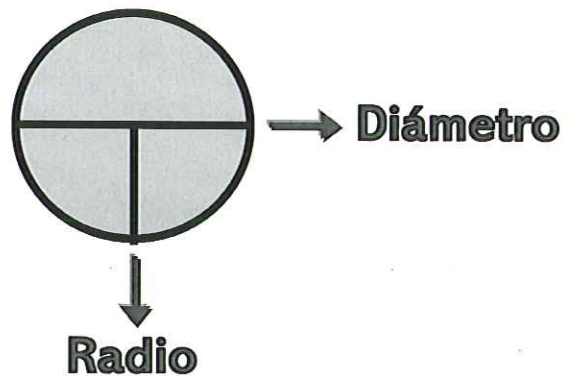
b) Se quiere poner un rodapié alrededor del dormitorio. ¿Cuántos metros necesito?

### ÁREA CIRCUNFERENCIA

Vamos a definir algunos conceptos:

- Radio: segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.
- Diámetro: cuerda que pasa por el centro justo de la circunferencia.

Para calcular el área del círculo sólo nos hace falta conocer el radio:

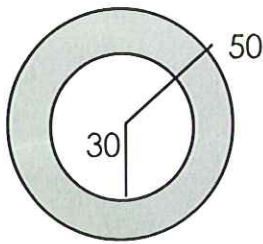


$$\text{Área circunferencia} = \pi \cdot r^2$$



### RECUERDA QUE...

Para diferenciar las fórmulas de la **longitud** y del **área** de la circunferencia, debes recordar que el **área mide 2 dimensiones** y por eso el radio va al **elevado al cuadrado** ( $\pi r^2$ )



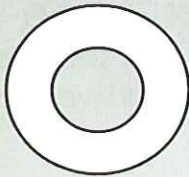
Se llama **corona circular** a la porción de plano limitada por dos circunferencias:

Para saber cuánto vale el área de la corona podemos hacer dos cosas:

- A. Hallar el área del círculo grande y restarle el área del círculo pequeño.
- B. Aprender la formula de la corona circular, donde nos saldrá directamente el resultado:

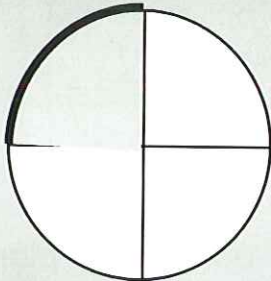
$$\text{Área corona circular} = \pi (R^2 - r^2)$$

17.- Un estanque circular de 6m de radio está rodeado por un sendero de 1m de anchura. Halla el área del sendero.





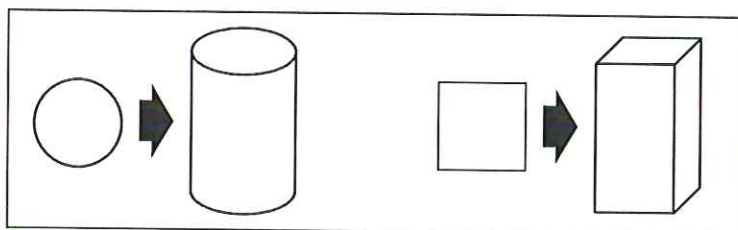
18.- Se quiere poner césped en la parte sombreada del dibujo que corresponde a una pista de lanzamiento de jabalina. El ángulo del sector sombreado es de 90 grados y el radio 5 metros. ¿Qué superficie será necesario cubrir?



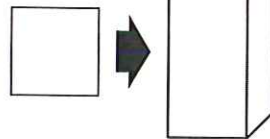
## 6. ¿Cómo hallar el volumen?

### CILINDRO, PRISMA Y PIRÁMIDE:

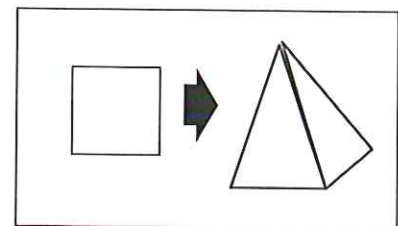
Fíjate que el cilindro viene del círculo y el prisma viene de un cuadrado. En las pirámides, la diferencia es que aquí no se repite la base, sino que acaba en punta.



CILINDRO



PRISMA



PIRÁMIDE

Para calcular los volúmenes de las figuras sólo tenemos que saber de qué figura proviene (rectángulo, cuadrado, círculo...), y luego ver si es un prisma o es una pirámide. Sigue estos pasos:

1. **Calcular el área de la figura** de la base.
2. Darnos cuenta si el objeto es un **prisma**, **cilindro** o una **pirámide**:

- Si es un **PRISMA O CILINDRO**, multiplicaremos el área de la figura por la altura y tendremos el volumen.

$$\text{Volumen prisma} = \text{Área}_{\text{base}} \cdot \text{altura}$$

- Si es una **PIRÁMIDE**, multiplicaremos el área de la figura por la altura y la dividiremos entre 3.

$$\text{Volumen pirámide} = \frac{\text{Área} \cdot \text{altura}}{3}$$





### ESFERA:

La fórmula del volumen de la esfera es:

$$\text{Volumen pirámide} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$



Como decíamos al principio del tema, gastamos las mismas unidades de volumen (mm, cm, dm, m, Dam, Hm, Km...) pero teniendo en cuenta que medimos 3 dimensiones (largo x ancho x alto), por lo que **el resultado será elevado siempre al cubo**: mm<sup>3</sup>, cm<sup>3</sup>, dm<sup>3</sup>, m<sup>3</sup>, Dam<sup>3</sup>, Hm<sup>3</sup>, Km<sup>3</sup>...

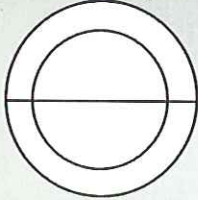


19.- Una lata de refresco tiene una altura de 15 cm y el diámetro de la base es de 8 cm. ¿Cuál es el volumen de la lata? Si queremos envasar 1000 l de refresco ¿cuántas latas necesitamos?



20.- Se quiere construir un jardín de 1 m de ancho alrededor de una fuente circular de 4 m de diámetro.

A/ ¿Qué superficie ocupa la fuente?



B/ Si la profundidad de la fuente es de 0.75 m ¿cuántos litros caben?

C/ Si el metro cuadrado de césped cuesta 12 euros ¿cuánto cuesta cubrir todo el jardín?

D/ Si los paquetes de césped fuesen en paquetes de  $7 \text{ m}^2$  ¿cuántos paquetes harían falta comprar para cubrir el jardín?

E/ Se quiere rodear el jardín con una valla ¿cuántos m lineales son necesarios?



21.- Los bricks de leche miden 166 mm, 95 mm y 65 mm ¿cuál es el volumen en cm?



25.- Las pelotas de tenis se envasan en tubos (cilindros) que contienen tres pelotas. Sabiendo que cada pelota tiene un diámetro de 8 cm, calcula:

a) La longitud del cilindro.

b) El volumen del cilindro.



26.- Una pirámide cuadrada tiene por perímetro de la base 60 cm. Calcula el volumen si la altura es de 25 cm.



# ESTADÍSTICA

1. ¿Qué es la estadística?
2. ¿Cómo organizamos los datos?
3. ¿Cómo representamos gráficamente los datos?

DIAGRAMAS DE BARRAS  
POLÍGONOS DE FRECUENCIAS  
GRÁFICO DE SECTORES  
HISTOGRAMA  
PIRÁMIDES DE POBLACIÓN  
CARTOGRAMAS  
PICTOGRAMAS

4. ¿Qué es la probabilidad?

