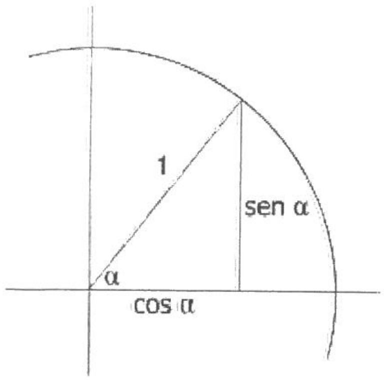
Trigonometría

Este artículo o sección necesita **fuentes o referencias** que aparezcan en una **publicación acreditada**, como libros de texto u otras publicaciones especializadas en el tema.



La **trigonometría** es una rama de las matemáticas de antiguo origen, cuyo significado etimológico es ("la medición de los triángulos"*). Se deriva del vocablo ← griego τριγωνο* <trigōno> *"triángulo" + μετρον* <metron> *"medida",*[1]

La trigonometría en principio es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los ángulos y los lados de los triángulos. Para esto se vale de las razones trigonométricas, las cuales son utilizadas frecuentemente en cálculos técnicos. En términos generales, la trigonometría es el estudio de las funciones seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante. Interviene directa o indirectamente en las demás ramas de la matemática y se aplica en todos aquellos ámbitos donde se requieren medidas de precisión. La trigonometría se aplica a otras ramas de la geometría, como es el caso del estudio de las esferas en la geometría del espacio.

Posee numerosas aplicaciones: las técnicas de triangulación, por ejemplo, son usadas en astronomía para medir distancias a estrellas próximas, en la medición de distancias entre puntos geográficos, y en sistemas de navegación por satélites.

Unidades angulares

En la medida de ángulos, y por tanto en trigonometría, se emplean tres unidades, si bien la más utilizada en la vida cotidiana es el Grado sexagesimal, en matemáticas es el Radián la más utilizada, y se define como la unidad natural para medir ángulos, el Grado centesimal se desarrolló como la unidad más próximo al sistema decimal, se usa en topografia, arquitectura o en construccion.

Radián: unidad angular natural en trigonometría, será la que aquí utilicemos, en una circunferencia completa hay 2π radianes.

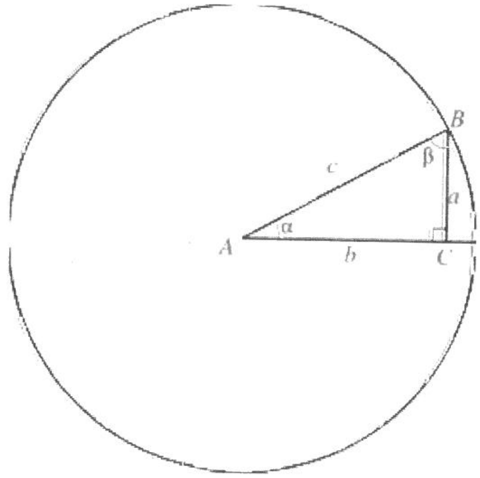
Grado sexagesimal: unidad angular que divide una circunferencia en 360º.

Grado centesimal: unidad angular que divide la circunferencia en 400 grados centesimales.

<u>EQUIVALENCIA ENTRE GRADOS Y RADIANES</u>

$$\frac{\text{Nº DE GRADOS}}{360} = \frac{\text{Nº DE RADIANES}}{2\pi}$$

Razones trigonométricas



El triángulo ABC es un triángulo rectángulo en C; lo usaremos para definir las razones seno, coseno y tangente, del ángulo α, correspondiente al vértice **A**, situado en el centro de la circunferencia.

El seno (abreviado como *sen*, o *sin* por llamarse "sinus" en latín) es la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa,

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$$

El coseno (abreviado como *cos*) es la razón entre el cateto adyacente y la hipotenusa,

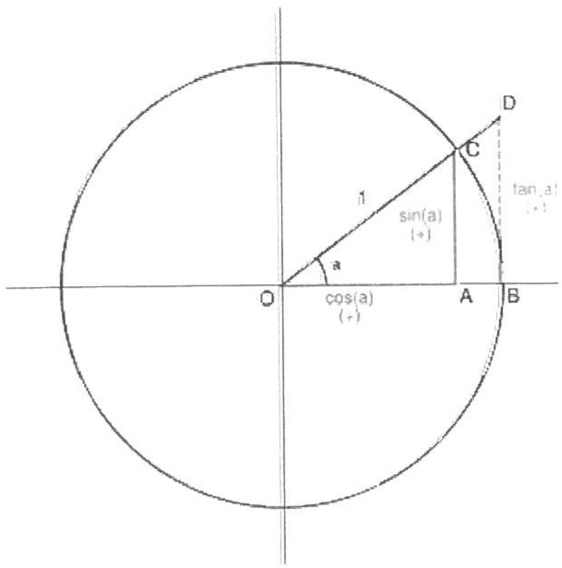
$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$$

La tangente (abreviado como *tan* o *tg*) es la razón entre el cateto opuesto y el adyacente,

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$$

Es el cociente del seno entre el coseno.

Sentido de las funciones trigonométricas



Dados los ejes de coordenadas cartesianas **xy**, de centro **O**, y un círculo con centro en **O** y radio 1; el punto de corte de la circunferencia con el lado positivo de las **x**, lo señalamos como punto **B**.

La recta **r**, que pasa por **O** y forma un ángulo **a** sobre el eje de las **x**, corta a la circunferencia en el punto **C**, la vertical que pasa por **C**, corta al eje **x** en **A**, la vertical que pasa por **B** corta a la recta **r** en el punto **D**.

Por semejanza de triángulos:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{OB}}$$

La distancia $\overline{OB}$, es el radio de la circunferencia, en este caso al ser una circunferencia de radio = 1, y dadas las definiciones de las funciones trigonométricas:

$$\operatorname{sen}(a) = \overline{AC}$$
$$\cos(a) = \overline{OA}$$
$$\tan(a) = \overline{BD}$$

tenemos:

$$\frac{\operatorname{sen}(a)}{\cos(a)} = \frac{\tan(a)}{1}$$

La tangente es la relación del seno entre el coseno, según la definición ya expuesta.

Resolución de triangulos rectángulos

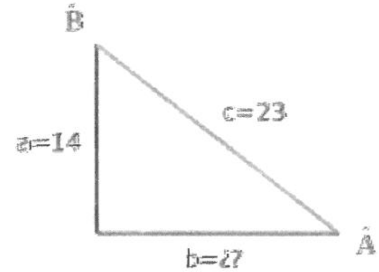
Cuando decimos resolver un triángulo nos referimos a que encontramos todas sus magnitudes desconocidas, es decir, la longitud de sus tres lados y la medida de sus tres ángulos, a partir de las conocidas.

Triángulos rectángulos

Si un triángulo es rectángulo en realidad ya sabemos una cosa, que tiene un ángulo de 90º, así que nos hará falta menos información para resolverlo. <u>Podemos resolver un triángulo rectángulo si conocemos</u>:

1º) <u>Dos lados</u>

Podemos calcular el tercer lado con el Teorema de Pitágoras $a^2 + b^2 = c^2$
Cuando sabemos lo que miden los tres lados es fácil encontrar los ángulos a partir de las razones trigonométricas y de la relación entre los ángulos de un triángulo.



<u>Ejemplo</u>

Tenemos este triángulo y sabemos que $a = 14$ y $c = 23$

$$b = \sqrt{23^2 - 14^2} = 18,25$$

$$\sin \hat{A} = \frac{14}{23} = 0,6087 \to \hat{A} = 37,5^{\circ}$$ (inversa seno $\hat{A}$)

$$\hat{B} = 180 - 90 - \hat{A} = 180 - 90 - 37,5 = 52,5^{\circ}$$

2º)<u> Un ángulo y un lado :</u> Los lados se calculan mediante la razón trigonométrica del ángulo que tenemos y con la longitud del lado que tenemos .El ángulo que nos falta se calcula recordando que los ángulos de un triángulo suman entre los tres 180º siempre.

Ejemplo : Tenemos un triángulo y conocemos $a = 29$ y $\hat{B} = 63^{\circ}$

196

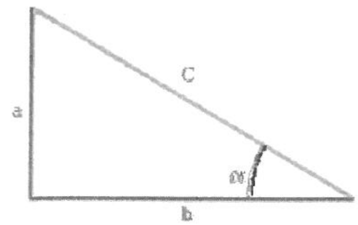
$$\tan \hat{B} = \frac{b}{a} \to b = a \tan \hat{B} = 29 \tan 63 = 56,92$$

$\alpha = 90^{\circ}$

$\gamma = 27^{\circ}$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{29^2 + 56,92^2} = 63,88$$

Razones trigonométricas de un ángulo agudo



Si miramos el triángulo de la izquierda podemos describir tres razones que son intrínsecas de los ángulos agudos, ya que las razones sólamente dependen del ángulo α debido al teorema de Thales.

$$\sin\alpha = \frac{\text{longitud del cateto opuesto a } \alpha}{\text{longitud de la hipotenusa}} \to \sin\alpha = \frac{a}{c}$$

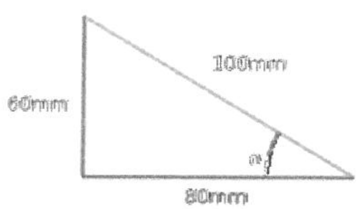
$$\cos\alpha = \frac{\text{longitud del cateto contiguo a } \alpha}{\text{longitud de la hipotenusa}} \to \cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{longitud del cateto opuesto a } \alpha}{\text{longitud del cateto contiguo a } \alpha} \to \tan\alpha = \frac{a}{b}$$

Gracias a estas definiciones podemos calcular razones trigonométricas aproximadamente dibujando y midiendo simplemente.

Estas razones trigonométricas evidentemente no dependen del triángulo que tracemos sólo dependen del ángulo.

[editar] Ejemplo



Tenemos un triángulo como el de la figura y queremos saber sus razones trigonométricas así que medimos sus tres lados a= 60mm b= 80mm c= 100mm

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{60}{100} = 0,6$$
$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{80}{100} = 0,8$$
$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{60}{80} = 0,75$$

EJERCICIOS DE TRIGONOMETRIA

1º) ¿A qué altura se puede llegar con una escalera de 3 metros colocando la base a 1 metro de la pared?.

2º) Un niño sujeta una cometa con una cuerda de 35m. La cometa está encima de un árbol que se encuentra a 20 metros del niño. ¿A qué distancia está la cometa?.

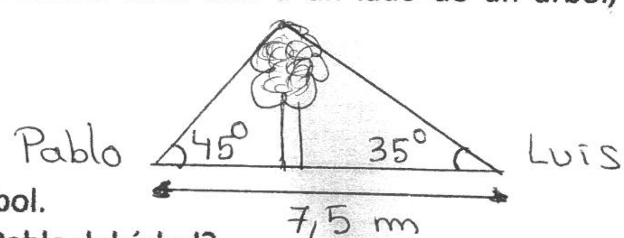
3º) Un árbol de 50 m de alto proyecta una sombra de 60 m de larga. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento.

4º) Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 4,8 cm y el ángulo opuesto a este cateto mide 54. Halla la medida del resto de los lados y de los ángulos del triángulo.

5º) En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 15 cm y uno de los catetos mide 12 cm. Calcula la longitud del otro cateto y la medida de sus ángulos.

6º) Queremos fijar un poste de 3,5 m de altura, con un cable que va desde el extremo superior del poste al suelo. Desde ese punto del suelo se ve el poste bajo un ángulo de 40º. ¿A qué distancia del poste sujetaremos el cable? ¿Cuál es la longitud del cable?

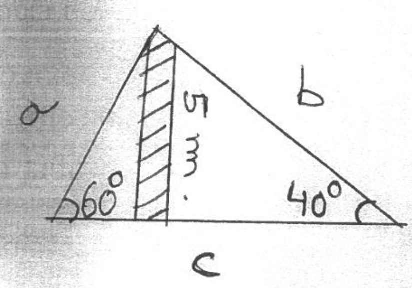
7º) Pablo y Luis están situados cada uno a un lado de un árbol, como indica la figura:



a) Calcula la altura del árbol.
b) ¿A qué distancia está Pablo del árbol?

8º) Un mástil de 5 metros se ha ajustado al suelo con un cable como muestra la figura:

Halla el valor de c y la longitud del cable.



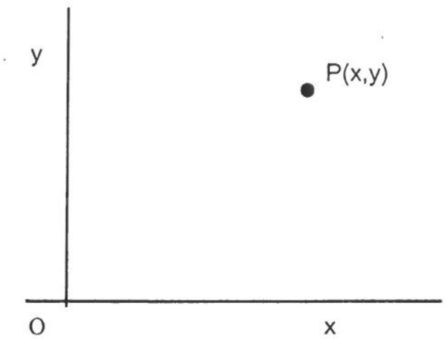
4. Geometría analítica plana

La Geometría analítica establece una interesante relación entre el Álgebra y la Geometría. En este tema nos limitaremos al estudio del plano, aunque parecidas conclusiones se pueden hacer extensibles al espacio.

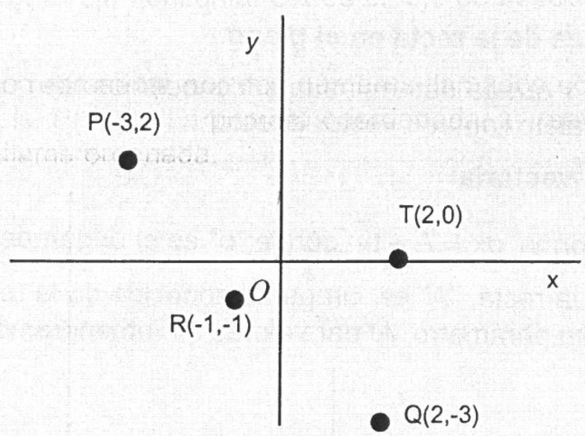
Sistema de referencia

El sistema de referencia cartesiano en el plano consta de dos rectas perpendiculares que se cortan en el punto O(0, 0). El eje horizontal OX es el eje de abscisas, y el vertical OY es el eje de ordenadas.

Cada punto del plano, P, se representa por dos números llamados coordenadas que representamos entre paréntesis, P(x, y). La primera coordenada, x, se llama abscisa, y la segunda coordenada, y, se llama ordenada.



Ejemplo: si tenemos los puntos P(-3,2), Q(2, -3), R(-1,-1) y T(2,0) su representación gráfica sería:



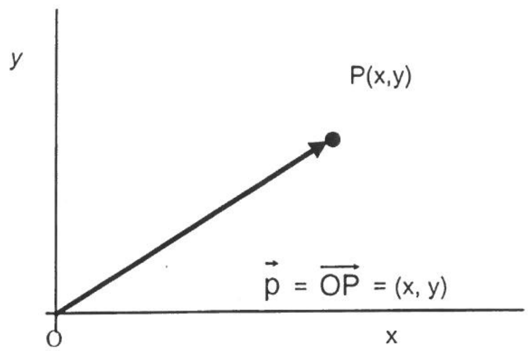
Coordenadas de un vector

Consideramos el vector $\vec{v}$ de origen A(a_1, a_2) y extremo B(b_1, b_2). Las coordenadas del vector $\overrightarrow{AB}$ se obtienen restando a las coordenadas del punto extremo las del origen. Es decir las **coordenadas** del vector $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ son ($b_1 - a_1$, $b_2 - a_2$).

Ejemplo: Las coordenadas de $\overrightarrow{AB}$, donde A(2, -1) y B(3, 3), son estas (3 -2, 3+1) = (1, 4).

Vector de posición

Cada punto P(x, y) del plano se puede considerar determinado mediante las coordenadas de su vector de posición $\vec{p} = \overrightarrow{OP} = (x, y)$.



Ejemplo: Las coordenadas del vector de posición del punto B (2,3) son $\overrightarrow{OB} = (2,3)$.

Punto medio de un segmento

Si las coordenadas de los extremos A y B de un segmento son $A(a_1,a_2)$ y las de $B(b_1,b_2)$ las coordenadas del punto medio serán: $\left(\dfrac{a_1+b_1}{2}, \dfrac{a_2+b_2}{2}\right)$

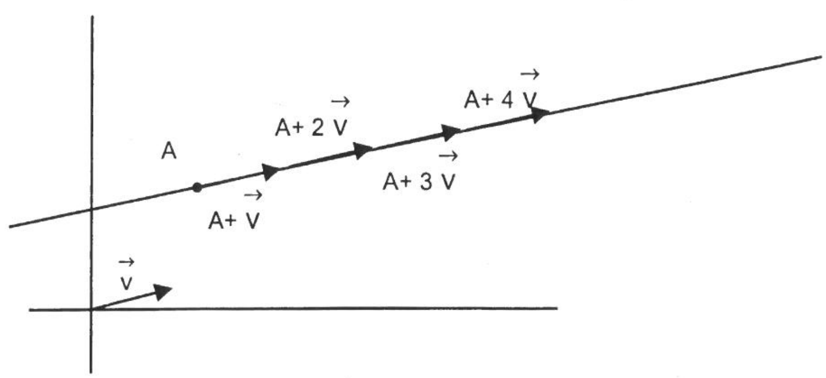
Ejemplo: si llamamos M al punto medio del segmento de extremos A(6,2) y B(-4,6) sus coordenadas son $M\left(\dfrac{6+(-4)}{2}, \dfrac{2+6}{2}\right) = (1{,}4)$.

Ecuaciones de la recta en el plano.

Una recta **r** queda determinada si conocemos las coordenadas de un punto y las de un vector paralelo llamado vector director.

Ecuación vectorial

Es de la forma $\overrightarrow{ox} = \vec{A} + t\vec{v}$ donde "o" es el origen de coordenadas, "x" es un punto cualquiera de la recta, "A" es un punto conocido de la recta, $\vec{v}$ es un vector director conocido y t es un parámetro. Al dar valores a t, obtendremos los distintos puntos X de la recta.



Ejemplo: La ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto (1, -1) y tiene por vector director al vector (3, 4) es: (x, y) = (1, -1) + t (3, 4). Son puntos de la recta (1,-1) si t=0; (4,3) si t=1; (7,7) si t=2; ...

Ecuaciones paramétricas

Al sustituir en la ecuación vectorial los vectores por sus coordenadas obtenemos una expresión del tipo $(x, y) = (a_1, a_2) + t(v_1, v_2)$. Expresando por separado cada coordenada se obtienen las llamadas ecuaciones paramétricas:

$$x = a_1 + t\,v_1$$

$$y = a_2 + t\,v_2,$$

Para cada valor que le demos a "t" se obtiene un punto (x, y) de la recta.

Ejemplo: En la recta anterior las ecuaciones paramétricas son: $x = 1 + 3t$; $y = -1 + 4t$. De igual forma que en el ejemplo anterior podemos calcular puntos de la recta.

También podemos comprobar que un punto pertenece a la recta si satisface su ecuación. Así el punto (4,3) se obtiene para $t = 1$, pero no hay un valor t que satisfaga la ecuación si el punto es el (0,0).

Ecuación continua

Se obtiene despejando t en cada una de las ecuaciones paramétricas e igualando los resultados obtenidos.

De $x = a_1 + t\,v_1$; $t = \dfrac{x - a_1}{v_1}$ y de $y = a_2 + t\,v_2$; $t = \dfrac{y - a_2}{v_2}$, por tanto:

$$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2}$$

Observa que los denominadores son las coordenadas del vector director.

Ejemplo: En la misma recta anterior obtenemos la ecuación continua: $t = \dfrac{x-1}{3}$ y $t = \dfrac{y+1}{4}$, luego $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{4}$. Igualmente que en los casos anteriores podemos comprobar que (7,7) satisface la ecuación y por tanto pertenece a la recta $\dfrac{7-1}{3} = \dfrac{7+1}{4}$; 2 = 2, y que esto no ocurre para el punto (0,0): $\dfrac{0-1}{3} = \dfrac{0+1}{4}$; $\dfrac{-1}{3} \neq \dfrac{+1}{4}$

Ecuación general o implícita

Si en la ecuación continua eliminamos los denominadores se obtiene una única ecuación del tipo $v_2(x - a_1) = v_1(y - a_2)$. Si quitamos paréntesis y lo pasamos todo al primer miembro obtendremos una expresión como $v_2x - v_1y - v_2a_1 + v_1a_2 = 0$, que se puede escribir de la siguiente forma: $Ax + By + C = 0$, llamada ecuación general o implícita de la recta. Observa que A y B se corresponden con v_2 y v_1 respectivamente cambiando una de ellas de signo.

Ejemplo: En la recta anterior obtenemos la ecuación general o implícita: $4(x-1) = 3(y+1)$, $4x - 4 = 3y + 3$. Llegamos a la forma general $4x - 3y - 7 = 0$.

Podemos obtener puntos de esta recta dando valores a la x, y despejando la otra variable: si x = 0; y = -7/3; o al contrario, dando valores a la y, y despejando x: si y = 0 x = 7/4.

Ecuación explícita

Si se despeja y se llega a la ecuación explícita de la recta de la forma y = mx + n, donde "m" es la pendiente que indica la inclinación de la recta ($m = v_2/v_1$) y "n" es la llamada ordenada en el origen o "altura" a la que la recta corta al eje y.

Ejemplo: En la misma recta anterior obtenemos la ecuación explícita: $y = \frac{4}{3}x - \frac{7}{3}$, donde m es 4/3 y n es -7/3.

Esta ecuación se puede obtener también sustituyendo m por v_2/v_1 y calcular n teniendo en cuenta que el punto satisface la ecuación.

Ejemplo: En la misma recta anterior obtenemos la ecuación explícita a partir de los datos del vector director y del punto por el que pasa. m = 4/3: $y = \frac{4}{3}x + n$. Como el punto (1, -1) pertenece a la recta satisface la ecuación $-1 = \frac{4}{3} \cdot 1 + n$, de donde n es -7/3. La ecuación es $y = \frac{4}{3}x - \frac{7}{3}$. Para obtener más puntos sólo hay que dar valores a la x. Así si x = 1; y = -1.

Pendiente de una recta en cualquiera de sus formas.

La pendiente indica la inclinación de la recta y viene dada por $m = v_2/v_1$ siendo v_1 y v_2 las coordenadas del vector director. En la forma explícita se corresponde con el valor de "m". En el resto de las formas se trata de identificar las coordenadas del vector director.

Ejemplo: En la ecuación vectorial de la recta (x, y) = (1, -1) + t (3, 4) las coordenadas del vector director son (3, 4), luego m = 4/3.

En la ecuación paramétrica de la recta $\left.\begin{array}{l} x = 2 - 5t \\ y = -1 + 6t \end{array}\right\}$ las coordenadas del vector director son (-5, 6), luego m = -6/5. En la ecuación continua de la recta $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{4}$ las coordenadas del vector son (3,4), luego m = 4/3. En la ecuación general de la recta 4x – 3y -7 = 0 las coordenadas del vector director son (3,4), luego m = 4/3. En la ecuación implícita de la recta y = -x + 7, el valor de la pendiente es m = -1

Recta determinada por dos puntos

Una recta puede quedar determinada por dos puntos del plano $A(a_1, a_2)$ y $B(b_1, b_2)$. A partir de ellos podemos calcular el vector director considerando uno de los puntos como extremo y el otro como origen. Así $\vec{V} = \overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$. De esta forma queda reducido al caso anterior.

Ejemplo: Calculamos la ecuación explícita de la recta r que pasa por los puntos A(0, 3) y B(2, 2). El vector $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ tiene de coordenadas (2, -1), la ecuación de la recta que pasa por A y tiene como vector de dirección $\vec{v}$ se calcula como ya sabemos y en forma explícita es: y = -1/2 x + 3. También se puede hacer resolviendo el sistema que resulta de considerar que los dos puntos satisfacen la recta que de forma general es y = mx + n.

Por pasar por A(0, 3)→ 3 = 0 + n

Por pasar por B(2, 2) → 2 = 2m + n

Resolviendo el sistema m = -1/2 y n = 3. Luego la recta es y = -1/2 x + 3

Vector normal a una recta

Se trata del vector perpendicular a la recta. Un vector es perpendicular a $\vec{V}$ = (a, b) si sus coordenadas son (b, -a) o (-b, a).
En la recta en forma implícita Ax + By + C = 0 el vector (A, B) es normal a r.

Ejemplo. El vector (4,-3) es normal a la recta 4x – 3y -11=0.

Posición relativa de dos o más rectas

Dos rectas pueden ser secantes, si se cortan en un punto, o paralelas, si no se cortan. Un caso particular de rectas secantes son las rectas perpendiculares y un caso particular de rectas paralelas son las rectas coincidentes.

Cuando dos rectas son paralelas tienen la misma pendiente. Este es el motivo de que se pueda determinar una recta a partir de un punto y de la ecuación de otra recta a la que es paralela, ya que el vector director, el vector normal o la pendiente coincidirán.

Ejemplo. Calcula la recta que pasa por el punto A (0, 3) y es paralela a 2x - 3y – 4 = 0.

En forma explícita y = 2/3 x – 4/3. Por ser paralela comparte la pendiente y será de la forma y = 2/3 x + n. Como pasa por A, este punto tiene que verificar la ecuación: 3 = 2/3 · 0 + n, n = 3, y la recta y = 2/3 x + 3

En formas vectorial, paramétrica y continua

Si el vector (x_1, x_2) es un vector director de r:

Cualquier recta con vector dirección (x_1, x_2) o proporcional a él, (kx_1, kx_2), $k \neq 0$, es paralela a r o coincide con r.

Cualquier recta con vector dirección (x_2, $-x_1$) o proporcional a él, (kx_2, $-kx_1$), $k \neq 0$, es perpendicular a r.

Ejemplo. La ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto (0, -1) y tiene el vector de dirección (2, 4) es:(x, y) = (0, -1) + t(2,4)

Sus ecuaciones paramétricas son:

$$x = 0 + 2t$$

$$y = -1 + 4t$$

Su ecuación continua es: $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{4}$

La ecuación vectorial de una recta perpendicular a esta tendrá por vector director (4,-2). La recta perpendicular que pasa por (1, -1) es:(x, y) = (1, -1) + t(4,-2)

Sus ecuaciones paramétricas son:

$$x = 1 + 4t$$
$$y = -1 + -2t$$

Su ecuación continua es: $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-2}$

En forma explícita

Si consideramos las rectas r_1: $y = m_1x + n_1$ y r_2: $y = m_2x + n_2$ serán paralelas si $m_1 = m_2$ y perpendiculares si $m_1 . m_2 = -1$, o, lo que es lo mismo, si $m_1 = -1/m_2$

Ejemplo. Las rectas $y = 3x + 6$ y la recta $y = 3x - 2$ son paralelas y las rectas $y = 4x + 5$ y la recta $y = -1/4x - 2$ son perpendiculares.

En forma general

Buscamos los puntos comunes a ambas rectas resolviendo el sistema formado por sus ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{r} Ax + By + C = 0 \\ A'x + B'y + C' = 0 \end{array}\right\}$$

El número de soluciones nos indica su posición relativa:

Una única solución: se cortan en un punto, son secantes. Se cumple $\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$

No tiene solución: no tienen ningún punto común, son paralelas. Se cumple que $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$

Tiene infinitas soluciones: todos los puntos son comunes, son coincidentes. Se cumple $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$

Ejemplo. Estudia la posición relativa de la recta $x + y - 2 = 0$ y la recta $-2x - 2y + 6 = 0$. Al resolver el sistema que forman comprobamos que no tiene solución, luego son paralelas. Además $\frac{1}{-2} = \frac{1}{-2} \neq \frac{-2}{6}$

Ejemplo. Estudia la posición relativa de la recta $2x + y - 5 = 0$ y la recta $-2x - 2y + 6 = 0$. Al resolver el sistema que forman comprobamos que tiene una única solución, luego son secantes. Además $\frac{2}{-2} \neq \frac{1}{-2}$

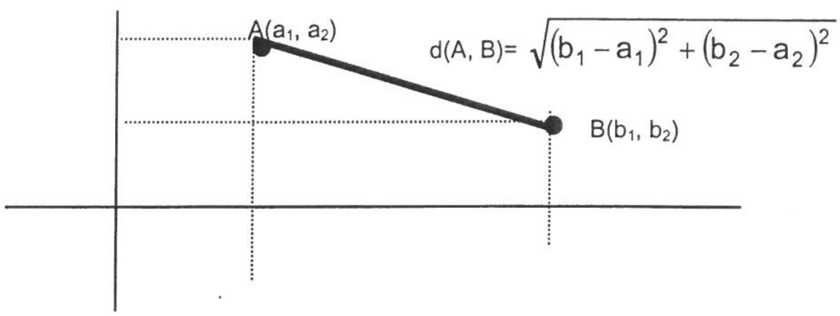
Ejemplo. Estudia la posición relativa de la recta $x + y - 3 = 0$ y la recta $-2x - 2y + 6 = 0$. Al resolver el sistema que forman comprobamos que tiene infinitas soluciones, luego son coincidentes. Además $\frac{1}{-2} = \frac{1}{-2} = \frac{-3}{6}$

Distancias

Distancias entre dos puntos

Si tenemos dos puntos $A(a_1, a_2)$ y $B(b_1, b_2)$ para calcular la distancia que los separa se aplica la siguiente fórmula basada en el Teorema de Pitágoras, como puedes comprobando observando la figura:

$$d(A, B)=\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}$$



Ejemplo. La distancia entre los puntos A(0, -1) y B(3, 2) es

$$d(A, B)=\sqrt{(3-0)^2+(2-(-1))^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}$$

Distancia de un punto a una recta

En general, la distancia del punto $A(a_1,a_2)$ a la recta r: Ax + By + C = 0 es:

$$d\ (P,\ r)=\frac{|Aa_1+Ba_2+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

Ejemplo. Calcula la distancia del punto A(0,3) a la recta r: 3x – y + 4 = 0.

$$d\ (P,\ r)=\frac{|0{\cdot}3+3{\cdot}(-1)+4|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}u$$

Actividades resueltas

1. Calcula el punto medio del segmento de extremos A (1,-3) y B (3,4)

   Si llamamos M al punto medio del segmento de extremos sus coordenadas son $M\left(\frac{1+3}{2},\frac{-2+4}{2}\right)=(2,1)$

2. Calcula las ecuaciones vectorial, paramétricas, contínua, general y explícita de la recta que pasa por el punto (-1,3) y cuyo vector director es (-2,4). Calcula tres puntos de esta recta.

   Vectorial: (x, y) = (-1, 3) + t (-2, 4).

   Paramétricas: x = -1 - 2t

EJERCICIOS DE GEOMETRIA EN EL PLANO

1º) Hallar la recta que pasa por el punto (-2,2) y tiene como vector director el (1,-3).

2º) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto (1,5) y tiene como vector director el (4,-3).

3º) Hallar la ecuación continua de la recta que pasa por el punto (2,-1) y tiene el vector director (1,-4).

4º) Hallar la ecuación implícita de la recta que pasa por el punto (3,-2) y tiene como vector director el (4,3).

5º) Hallar dos puntos y un vector director de la recta $x + 3y - 6 = 0$

6º) Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por el punto (-2,0) y tiene el vector director (3,6).

7º) ¿Cuáles son la pendiente y la ordenada en el origen de la recta que pasa por el punto (3,1) y tiene vector director (-5,2) ?.

8º) Hallar la ecuación explícita de la recta cuya pendiente es 2/3 y la ordenada en el origen es -5.

9º) Hallar la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos A (2,-3) y B (-1,4).

10º) Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos A(-2,4) y B(3,4).

11º) Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por los puntos A(0,4) y B(-3,5).

12º) Hallar la ecuación segmentaria de la recta que corte en los puntos (-3/5, 0) y (0 , 4/11) a los ejes de coordenadas.

13º) Hallar en forma segmentaria la ecuación de la recta $y = 2/3x - 7$

14º) Hallar en todas las formas posibles, la ecuación de la recta cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$\left.\begin{array}{l} x = 4 - \lambda \\ y = 5 + \lambda \end{array}\right\}$$

15º) Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta $5x + 2y - 6 = 0$

16º) Determinar el valor de "k" para que la recta $3x + ky = 3$ pase por el punto (-2,3).

EJERCICIOS SOBRE DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

1º) Hallar la distancia entre los puntos A(1,2) y B(2,4).

2º) Hallar la distancia entre los puntos A(10,-13) y B(-11,7).

3º) Hallar la distancia entre los puntos A(5,3) y B(-6,-2)

4º) Hallar la distancia entre los puntos A(2/3,1/10) y B(5/12,-1/2)

5º) Hallar dos puntos del eje "x" cuya distancia al punto A(-1,5) sea 13.

6º) Hallar un punto del eje "y" cuya distancia al punto A(-1,5) sea 13.

EJERCICIOS SOBRE DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA

1º) Hallar la distancia del punto A(3,5) a la recta $x-3y+2=0$

2º) Hallar la distancia desde el punto A(2,6) a la recta $8x+y+4=0$

3º) Hallar la distancia del punto A(4,4) a la recta $2x+2y+4=0$

4º) Hallar la distancia del punto A(1,2) a la recta $2x+4y+3=0$

5º) Calcular la distancia entre el punto A(1,2) y la recta $4x+y-3=0$

6º) (EXAMEN) Dada la recta $3x-2y=7$ averiguar:
- El punto cuya abscisa es $x = 1$.
- El punto cuya ordenada es $y = -1/2$
- Su pendiente.