

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE 3 ECUACIONES CON 3 INCÓGNITAS

Para la resolución de este tipo de sistemas, se utiliza el Método de Gauss:

Consiste en eliminar incógnitas mediante la suma o resta de ecuaciones, obteniendo un sistema de ecuaciones de dos incógnitas.

En resumen, se deben seguir los siguientes pasos:

1º- Se debe reducir la segunda ecuación con la primera, eliminando una de las incógnitas.

2º- Después se reduce la tercera ecuación con la primera, eliminando la misma incógnita que en el proceso anterior para que al final se quede un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

EJEMPLOS

$$\begin{array}{l} 1^\circ) \quad x + 2y + 3z = 1 \\ \quad 2x - y + z = -1 \\ \quad -x + 3y - 2z = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2^\circ) \quad x - y - z = 5 \\ \quad x + y = 2 \\ \quad y + z = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3^\circ) \quad 3x - y + z = 5 \\ \quad x + y - z = -2 \\ \quad -x + 2y + z = 3 \end{array}$$

PROBLEMAS DE SISTEMAS DE 3 ECUACIONES

1º) (examen) Al ordenar mi habitación observo que el número de libros, revistas y CDs es de 60. El triple del número de CDs es igual a la suma del número de libros y el doble del número de revistas. El cuádruple del número de CDs es igual a la suma de libros y el triple del número de revistas. ¿Cuántos CDs, libros y revistas tengo en mi habitación?

2º) En una determinada población se representan tres espectáculos que llamaremos E1, E2 y E3 respectivamente, cada uno con un precio diferente.

Calcula el precio de cada uno si se cumplen las siguientes condiciones:

- Si asistiéramos dos veces a E1, una vez a E2, y una vez a E3, nos costaría 34 €.
- Si fuésemos tres veces a E1 y una a E2, nos costaría 46,5 €.
- En el caso de asistir una sola vez a cada uno de los tres espectáculos, nos costaría 21,5 €.

La ecuación a plantear será $15 + x = 12x$,
 $15 = 11x \rightarrow$ es $x = 1'3636\dots$ que, aproximadamente es
 1 minuto y 18 segundos.

Por tanto, se superpondrán a las 3h 15m + 1m y 18s, es decir, a las 3h 16m y 18 s.

25. Un albañil y su ayudante tardan 4 horas en poner el suelo de un cuarto de baño. El albañil, más experto en este tipo de trabajos, afirma que él sólo haría el trabajo en 6 horas. ¿En cuánto tiempo lo haría su ayudante?

Si juntos tardan 4 horas en hacer el trabajo, en una hora harán $1/4$ de ese trabajo.

El albañil en una hora habrá hecho $1/6$ del trabajo.

Si llamamos x al tiempo, en horas, que tardaría el ayudante en hacer el trabajo, en una hora habrá hecho $1/x$ del trabajo.

La ecuación a resolver será: $\frac{1}{x} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$ $\text{mcm}(x, 6, 4) = 12x$

$$\frac{12}{12x} + \frac{2x}{12x} = \frac{3x}{12x}$$

$$12 + 2x = 3x$$

$$12 = x$$

El primero tardaría 12 horas en hacer solo el trabajo

Actividades propuestas

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de 1º grado:

a. $\frac{2x-4}{5} - \frac{x-1}{6} = \frac{x-3}{2} - 1$ b. $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{6} = 1 - \frac{x-1}{4}$ c. $\frac{3x+2}{4} - \frac{4x-4}{10} = 2(x-5)$

2. Resuelve las ecuaciones de 2º grado:

a. $(x-2)(x+3) = 0$ b. $x^2 - 4x + 9 = 0$
 c. $x^2 - 13x + 36 = 0$ d. $4 - x^2 = 0$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de grado superior a 2

a. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ b. $x^3 - 3x^2 - 2x + 6 = 0$
 c. $2x^4 - 7x^3 + 4x^2 + 7x - 6 = 0$

4. Halla el valor real de h para que la ecuación $x^2 + hx - 18 = 0$ tiene una raíz igual a -3

5. Proporciona una ecuación entera cuyas raíces sean:

a. $x_1 = 2$, $x_2 = 3$

b. $x_1 = -1$ raíz doble, $x_2 = -2$

6. Resuelve la ecuación $x^4 - 48x^2 - 49 = 0$

7. Resuelve la ecuación $x^4 - 34x^2 + 225 = 0$

8. Resuelve la ecuación $(x^2 - 5)(x^2 - 3) = -1$

9. Resuelve la ecuación $\sqrt{x} - 5 = -1$

10. Resuelve la ecuación $\sqrt{x+5} + 3 = x - 12$

11. Resuelve la ecuación $\sqrt{x^2 - 9} = x + 5$; $x = -3, 4$

12. Resuelve la ecuación $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2} = 1$

13. Resuelve la ecuación $\sqrt{6 + 2\sqrt{5x+2}} = 3$

14. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales

a.
$$\begin{cases} 3x - 2y = -16 \\ 5x + 4y = 10 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 5x + 10y = 14 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} 8x + 3y - 1 = 0 \\ y = 5 - 2x \end{cases}$$

15. Resuelve los siguientes sistemas lineales

a.
$$\begin{cases} x - y - z = 6 \\ -x + 3y - z = 12 \\ -x - y + 7z = 24 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 3x + 2y + 4z = 19 \\ 2x + 3y + 3z = 21 \\ 3x - y + z = 4 \end{cases}$$

16. Resuelve los siguientes sistemas no lineales

a.
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x^2 + y = 4 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

17. Halla cinco números enteros consecutivos cuya suma sea 60.

18. Se divide un ángulo recto en tres ángulos, el segundo es el doble del primero, y el tercero es igual al triple del primero menos 18 grados. Calcula los tres ángulos.

19. Llevo recorridos los $\frac{7}{15}$ de un camino y aún me faltan 3 km para llegar al final. ¿Qué longitud tiene el camino?

20. Dividir 198 en dos partes, tales que la quinta parte de la primera y la tercera parte de la segunda sumen 42.

21. Luis tiene actualmente 5 veces la edad de su hija, dentro de 3 años, su edad será sólo 4 veces mayor. ¿Cuáles son las edades actuales?

22. En una fracción el numerador tiene 4 unidades menos que el denominador. Si se resta 3 al numerador y se añade 2 al denominador, el valor de la fracción resultante es igual a $\frac{2}{3}$. ¿Cuál es el valor de la fracción original?

23. Un padre tiene 48 años y su hijo 15. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea el doble de las del hijo?

EJERCICIOS DE EXÁMENES: SISTEMAS DE ECUACIONES

1ª) (cicles 2008). Resuelve analíticamente el siguiente sistema de ecuaciones:

$$5x - y = 7$$

$$x^2 + 2y - 2$$

$$\frac{\text{-----}}{x + 2} = x$$

2º) (Cicles 2007). Resolver el sistema:

$$3x - y = 8$$

$$x - 3y + 2$$

$$\frac{\text{-----}}{x - y} = 1$$

3ª) (Cicles 2007). Una convocatoria de pruebas de acceso a ciclos formativos, examina a 21.000 alumnos, el número de alumnos de Alicante es el doble que el de Castellón, y la mitad que el de Valencia. Calcular cuantos alumnos hay de cada provincia.

4ª) (Cicles 2006). Resolver el sistema:

$$x + 3y = 9$$

$$x^2 - 2y + 3$$

$$\frac{\text{-----}}{x - 1} = 3 + x$$

5ª) (Cicles 2006). Una comercial de comida rápida tiene 3 centros c1, c2, y c3, en la misma ciudad. El número de comidas entregadas por la comercial fueron de 608 el pasado fin de semana, pero las entregadas por c3 fueron una quinta parte de las entregadas por c1, y las de c2 fueron inferiores a las entregadas por c1 en 140 unidades. Calcular las comidas entregadas en cada centro.

6°) (Cicles 2003). Una autoescuela tiene abiertas 3 sucursales en la ciudad. El número total de matriculados es de 352, pero los matriculados en la tercera son tan sólo una cuarta parte de los matriculados en la primera. Además, la diferencia entre los matriculados en la primera y los matriculados en la segunda es inferior en 2 unidades al doble de los matriculados en la tercera.

- a) Plantea un sistema de ecuaciones para adivinar el número de alumnos matriculados en cada sucursal.
- b) Resuélvelo.

7°) (Cicles 2003) Resuelve la siguiente ecuación con radicales.

$$\sqrt{3x + 1} - \sqrt{2x - 1} = 1$$

8°) (Cicles 2002). Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2(x + 3/4) &= 3 - 5(y + 2) \\ (4x - 2) / 3 &= (x + 5y + 6) / 2 \end{aligned}$$

9°) (Cicles 2002). Resuelve:

$$x - \sqrt{2x - 1} = 1 - x$$

10°) (Cicles 2001). Resuelve la siguiente ecuación con radicales:

$$\bar{x} + \sqrt{x - 3} = 5$$

TEMA 1: EQUACIONS I SISTEMES.

1. De les següents igualtats assenyala quines són identitats i quines són equacions:

- a) $9 \cdot 15 = 3,05$ d
- b) $5(x+3) = 5x + 15$
- c) $2(3x) + 2x = 8x$
- d) $x - (x/5) = (4x/5)$
- e) $15 + 4x = 31$
- f) $9 = 2x - 1$

2. Resol les següents equacions de primer grau:

- a) $12x + 8 = 6x + 30 \rightarrow 22/6$
- b) $7x + 4 = 5x - 2 \rightarrow -3$
- c) $3 - 5x = 2(5 - 3x) \rightarrow 7$
- d) $x^2 + x = x^2 - 5 \rightarrow -5$
- e) $2(x+1) - 3(x-2) = x + 6 \rightarrow 1$
- f) $2x/15 - (3x-5)/20 = (x/5) - 3 \rightarrow 15$
- g) $(2x-1) - (3x-1)/3 - 5/3 = (x+2)/6 + x - 3 \rightarrow 2$
- h) $(3x-11)/20 - (5x+1)/14 = (x-7)/10 - (5x-6)/21 \rightarrow -3$
- i) $(2x-3)/18 - (2-4x)/27 = 5/3 - (2x-1)/6 \rightarrow 3/5$
- j) $(4-3x)/5 - (x-3)/10 = (23-x)/15 - (11+13x)/20 \rightarrow -7$
- k) $(x-2)/3 + (x+1)/6 = (x-1)/4 + 1 \rightarrow 5$

3. Expressa mitjançant una equació els enunciats següents i resol l'equació:

- a) El triple de x , més 4, coincideix amb el quintuple de x , menys 2. $\rightarrow x = 3$
- b) El triple de x més 4, coincideix amb el quintuple de x , menys 2. $\rightarrow x = 7$

4. Jordi, Judit i Núria, van guanyar 70000 tes. Si Jordi va guanyar triple que Judit, i aquesta el doble que Núria, menys 5000 tes, quant va guanyar cadascun? $x = 40.000$ pts.

5. Les dimensions d'una habitació (longitud i amplària) són dos enters. Si és 3 vegades més llarga que ampla, calculeu les seues dimensions en els següents casos:

- a) El seu perímetre és 96 m. $\rightarrow 12$ m.
- b) La seua superfície és de 24 m². $\rightarrow \sqrt{8}$

6. Tres germans, A, B i C, es reparteixen 13 caramels. Si al major A, li toquen el doble que al menor, C, quants li toquen a cadascun?

7. Un estudiant va aconseguir al llarg de la seva carrera tres beques per un total de 120000 ptes. Si la segona va ser el doble de la primera, i la tercera va ser de 45000 ptes més que la segona. Quina va ser la quantia de cada beca? $x = 15.000$

8. Li diu un noi al seu germà: "Les nostres edats sumen 28 anys, però si jo tinguera 4 anys menys i tu 4 anys més, seriem bessons." Quants anys té cada germà? $x = 10$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Seis camisetas y cinco gorras cuestan 227 euros. Cinco camisetas y 4 gorras cuestan 188 euros. Halla el precio de una camiseta y de una gorra.
(Solución: 32 camisetas, 7 gorras)
2. He comprado un cuaderno que costaba 3 euros y para pagarlo he utilizado nueve monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado? (Solución: 5 monedas de 20 céntimos, 4 de 50 céntimos)
3. En un examen tipo test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 por cada error. Si un alumno ha sacado 10,5 puntos ¿Cuántos aciertos y cuántos errores ha cometido?
(Solución: 18 respuestas correctas , 12 respuestas incorrectas)
4. Calcula dos números cuya suma sea 191 y su diferencia 67.
(Solución: primer número 129 y segundo número 62)
5. La diferencia de dos números es de 14 y la cuarta parte de su suma es 13. Halla dichos números.
(Solución: primer número 33 y segundo número 19)
6. Dos números suman 21. Si el primero lo dividimos entre 3 y le restamos la sexta parte del segundo, nos da 1. Halla el valor de los dos números.
(Solución: primer número 9 y segundo número 12)
7. Ente María y Pedro tienen un total de 65 CD's . Sabemos que Pedro tiene 7 CD's más que María. ¿Cuántos CD's tiene cada uno?
(Solución: María tiene 29 CD's y Pedro 36)
8. Calcula las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro es 80 m y la altura es $\frac{2}{3}$ de su base. (Solución: base 24 m y altura 16)
9. En el aula de 3° A hay doble número de alumnos que en el aula de 3°B. Además se sabe que si se pasan 8 alumnos de 3° A a 3°B ambas aulas tendrán el mismo número de alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en cada aula?
(Solución: En el aula de 3° A hay 32 alumnos y en 3°B 16)
10. Tenemos dos grifos A y B. Si abrimos el grifo A durante 3 minutos y el grifo B durante 1 minuto, salen en total 50 l de agua. Si en cambio abrimos el grifo B durante 2 minutos y el A durante 1 minuto, entonces salen en total 40l. ¿Cuántos litros de agua arroja cada grifo en 1 minuto?
(Solución: Grifo A 12 l/min y grifo B 14 l/min)
11. Javier dispone de un capital de 8000 euros, del que una parte la mete en un depósito al 5% anual y otra al 6% anual. Calcula ambas partes sabiendo que el capital acumulado al cabo de un año es de 8450 euros.
(Solución: Capital al 5% 3000 euros y capital al 6% 5000 euros)

1. Resol els sistemes següents:

$$a) \begin{cases} x+y=2 \\ x-y=6 \end{cases} \quad x=4; y=-2$$

$$b) \begin{cases} 2x+3y=4 \\ 2x-3y=4 \end{cases} \quad x=2; y=0$$

$$c) \begin{cases} 6x+5y=23 \\ -4x+y=-11 \end{cases} \quad x=3; y=1$$

$$d) \begin{cases} x+2y=5 \\ 4x+2y=14 \end{cases} \quad x=3; y=1$$

$$e) \begin{cases} 2x-3y=-25 \\ 12x-3y=75 \end{cases} \quad x=10; y=15$$

$$f) \begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=7 \end{cases} \quad x=3; y=1$$

$$g) \begin{cases} x+y=9 \\ 20x-3y=-4 \end{cases} \quad x=1; y=8$$

$$h) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 7 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = -2 \end{cases} \quad x=9; y=20$$

$$i) \begin{cases} \frac{2x}{3} + \frac{3y}{4} = 5 \\ \frac{5x}{3} - \frac{y}{2} = 3 \end{cases} \quad x=3; y=4$$

$$j) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{4}{3} \\ \frac{x}{y} - \frac{1}{2} = 0 \end{cases} \quad x=1; y=2$$

$$k) \begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = 3 \\ \frac{x+2y}{3} - \frac{x-2y}{4} = 3 \end{cases} \quad x=8; y=2$$